Prof. Amador Martin-Pizarro — Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Übungen: Daniel Palacín — Sommersemester 2020

Topologie

Blatt 8

Abgabe: 15.07.2020, 11Uhr

Aufgabe 1 (8 Punkte)**.**

Betrachte $\mathbb{N}$ mit der diskreten Topologie.

a) Beschreibe alle kompakten Teilmengen von $\mathbb{N}$.

b) Ist $\mathbb{N}$ kompakt? Und lokal kompakt?

c) Ist die Abbildung $\begin{aligned} f : \mathbb{N} &\to \mathbb{N} \\ n &\mapsto \begin{cases} 0, & \text{für } n \text{ gerade} \\ 1, & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$ stetig?

d) Lässt sich f zu einer stetigen Abbildung $\tilde{f} : X \to X$ mit $\tilde{f}_{\restriction \mathbb{N}} = f$ fortsetzen, wobei X die Einpunkt-Kompaktifizierung von $\mathbb{N}$ ist?

Aufgabe 2 (8 Punkte)**.**

Betrachte die Teilmenge

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x, y \leq 1\} \cup \{(0, 0)\}$$

mit der Spurtopologie bezüglich der euklidischen Ebene.

a) Ist X kompakt?

b) Ist X lokal kompakt?

Hinweis: Jede Teilfolge einer konvergenten Teilfolge konvergiert.

c) Besitzt X eine Kompaktifizierung?

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.**

Betrachte die perforierte Ebene $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ mit der Spurtopologie bezüglich der euklidischen Topologie und $\alpha(t) = (x(t), y(t))$ eine Schleife auf dem Punkt $(1, 0)$ in $\mathbb{R}^2$ derart, dass $x(t)$ keine negativen Werte annimmt. Zeige, dass α zu der konstanten Schleife $\mathrm{C}_{(1,0)}$ homotop ist.

Die Übungsblätter können zu zweit eingereicht werden (Bitte alle Namen eintragen!) Abgabe der Übungsblätter im ILIAS als eine einzige PDF-Datei.